2. Dereceden Denklemler ①

① ax^2+bx+c , $(a\neq 0)$ 2. dereceden 1. bilinmeyenli denklem

② $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2-4ac$, $x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$, $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

③ $\Delta > 0$ ise iki farklı reel kök var

$\Delta = 0$ ise tek kök var $x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a}$

$\Delta < 0$ ise reel kök yok

④ $ax^2+bx+c=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

$x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}$

$x_1 \cdot x_2 = \dfrac{c}{a}$

$|x_1 - x_2| = \dfrac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} = ? \\ \dfrac{1}{x_1^2} + \dfrac{1}{x_2^2} = ? \\ x_1^3 + x_2^3 = ? \\ \vdots \end{array}\right\} *$$

*. Bu ifadeler kök toplamı ve çarpımına dönüştürülerek bulunabilir.

⑤ Kökleri x_1 ve x_2 olan denklem;

$(x-x_1)(x-x_2)=0$

$$x^2 - \underbrace{(x_1+x_2)}_{-\frac{b}{a}} \cdot x + \underbrace{x_1 \cdot x_2}_{\frac{c}{a}} = 0$$

②

⑥ $ax^3+bx^2+cx+d=0$ denkleminin kökleri x_1, x_2, x_3 olsun.

$x_1 + x_2 + x_3 = -\dfrac{b}{a}$

$x_1 \cdot x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3 = \dfrac{c}{a}$

$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\dfrac{d}{a}$

⑦ $ax^2+bx+c=0$ denkleminin simetrik iki gerçel kökü var ise $\Delta > 0$ ve $b=0$ dır.

⑧ Rasyonel katsayılı ikinci dereceden bir denklemin köklerinden biri $x_1 = n + m\sqrt{k}$ ise diğer kök $x_2 = n - m\sqrt{k}$ şeklindedir.

⑨ a) Yüksek dereceden denklemler varsa yardımcı bilinmeyen kullanılabilir.

b) Köklü ifadeler, verilen kökün derecesine uygun şekilde kuvvet alınarak kök yok edilir. En son bulunan değerlerin denklemi sağlayıp sağlamadığı kontrol edilir.

c) Mutlak değer varsa, mutlak değerin içini sıfır yapan x değerleri dikkate alınarak inceleme yapılır.

(10) $a \neq 0$ olmak üzere,

$$ax^3+bx^2+cx+d=0$$

denkleminin gerçel kökleri x_1, x_2 ve x_3 olsun.

i) x_1, x_2, x_3 kökleri aritmetik dizi ise $x_2 = \frac{x_1+x_3}{2}$

ii) x_1, x_2, x_3 " geometrik dizi ise $x_2^2 = x_1 \cdot x_3$

iii) x_1, x_2, x_3 kökleri hem aritmetik hem de geometrik dizi ise $x_1 = x_2 = x_3$ tür.

(11) İkinci Derece Denklemlerin Köklerin Varlığı ve İşareti:

1) $\Delta < 0$ ise reel kök.

2) $\Delta = 0$ eşit iki kök var,

$\Delta = 0$ ise	$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} > 0$	$x_1+x_2 > 0$ ise $x_1 = x_2 > 0$ $x_1+x_2 < 0$ ise $x_1 = x_2 < 0$
	$x_1 \cdot x_2 = 0$	$x_1 = x_2 = 0$

3) $\Delta > 0$ ise farklı iki kök var

$x_1 \cdot x_2 < 0$ kökler ters işaretli	$-\frac{b}{a} > 0$ ise $x_1 < 0 < x_2$ $x_1+x_2 < 0$ ise $x_2 < 0 < x_1$
$x_1 \cdot x_2 > 0$ kökler aynı işaretli	$x_1+x_2 > 0$ ise $0 < x_1 < x_2$ $x_1+x_2 < 0$ ise $x_1 < x_2 < 0$
$x_1 \cdot x_2 = 0$ $x_1 = 0$ veya $x_2 = 0$	$x_1+x_2 > 0$ ise $x_2 > 0$ $x_1+x_2 < 0$ ise $x_2 < 0$

2. Dereceden Bir Bilinmeyenli Eşitsizlikler

(1) $a \neq 0$ olmak üzere
$ax^2+bx+c \leq 0$
$ax^2+bx+c \geq 0$
$ax^2+bx+c < 0$
$ax^2+bx+c > 0$

ifadelerinin her biri 2. dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerdir.

(2) $ax+b=0$ denkleminin kökü $x = -\frac{b}{a}$ dır.

x	$-\infty$	$-b/a$	$+\infty$
$ax+b$	a nın işaretinin tersi		a nın işaretinin aynısı

(3) $ax+bx+c$ denkleminin kökleri x_1, x_2 olsun.

a) $\Delta > 0$ ise,

	$-\infty$	x_1		x_2	$+\infty$
ax^2+bx+c	a ile Aynısı		a-nın Tersi		a ile Aynısı

b) $\Delta = 0$ ise

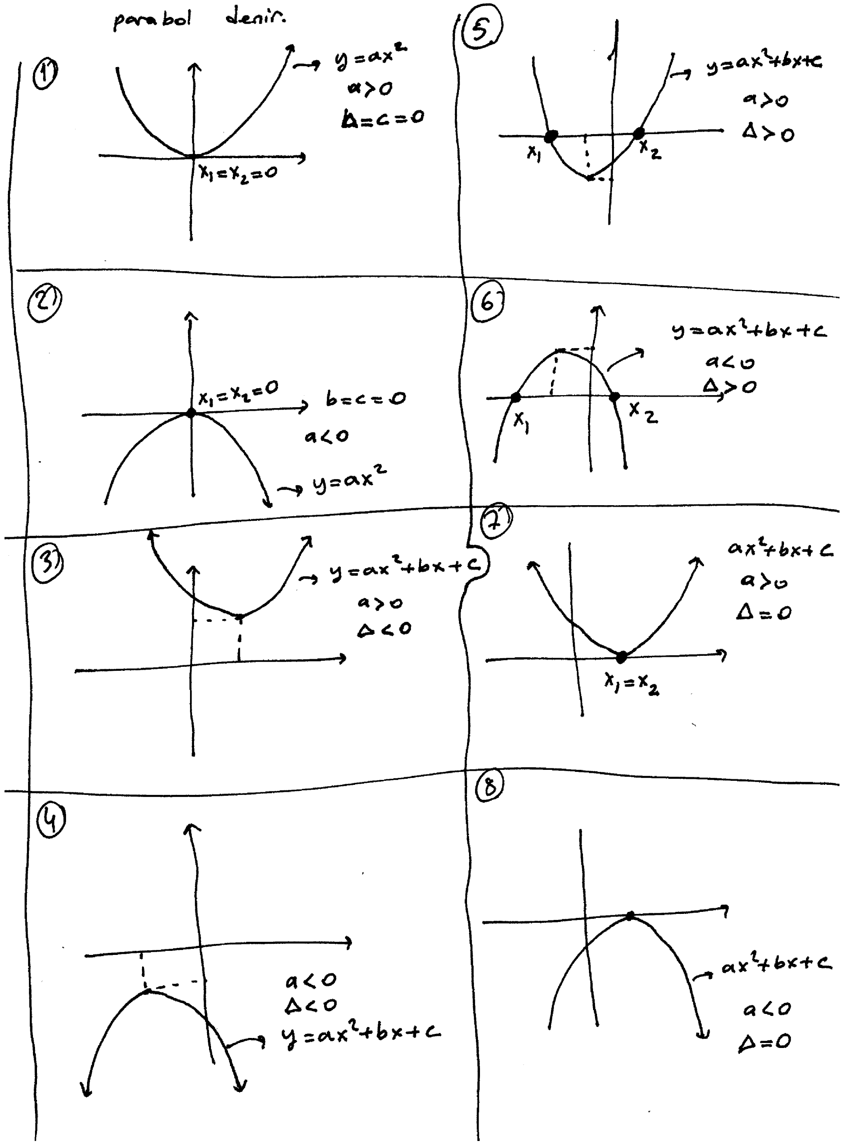
x	$-\infty$	$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$	
ax^2+bx+c	a ile Aynısı		a-nın Tersi

c) $\Delta < 0$

x	
ax^2+bx+c	a ile aynı işaretli

— PARABOL —

$\boxed{f(x)=ax^2+bx+c}$ tipindeki bir fonksiyonun grafiğine parabol denir.



2 $y=ax^2+bx+c$ parabolü için,

1) a pozitif ise parabolün kolları yukarı
   a negatif ise " " aşağı doğrudur.

2) Parabol y-eksenini daima $(0,c)$ noktasında keser.

3) $\Delta<0$ ise parabol x-eksenini kesmez.

   $\Delta=0$ ise parabol x-eksenine $x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$ noktasında teğettir.

   $\Delta>0$ ise parabol x-eksenini x_1 ve x_2 noktalarında keser.

3 * Parabolün tepe noktası $T(r,k)=\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$ dır.

$f(x)=ax^2+bx+c \longrightarrow \boxed{T(r, f(r))}$

* Parabolün simetri ekseni $x=-\frac{b}{2a}$ doğrusudur

* Simetri ekseni tepe noktasından geçen y-eksenine paralel doğrudur.

* $f(r)$ parabolün durumuna göre en küçük ya da en büyük değeridir.

* Tepe noktası $y=ax^2+bx+c \longrightarrow y=a(x-r)^2+k$ dönüştürülerek de bulunur.

(4) Grafiği Verilen Parabolün Denklemi:

* Grafik üzerinde üç nokta verilmiş ise bu üç nokta $y=ax^2+bx+c$ denkleminde yerine yazarak a, b, c katsayıları bulunabilir.

* Grafikte x ekseninin kesim noktaları $(x_1,0)$ ve $(x_2,0)$ verilmiş ise kökleri belli olan

$$y=a(x-x_1)(x-x_2)$$

denklemi kullanılır.

* Grafikte parabolün tepe noktası $T(r,k)$ verilmişse

$$y=a.(x-r)^2+k$$

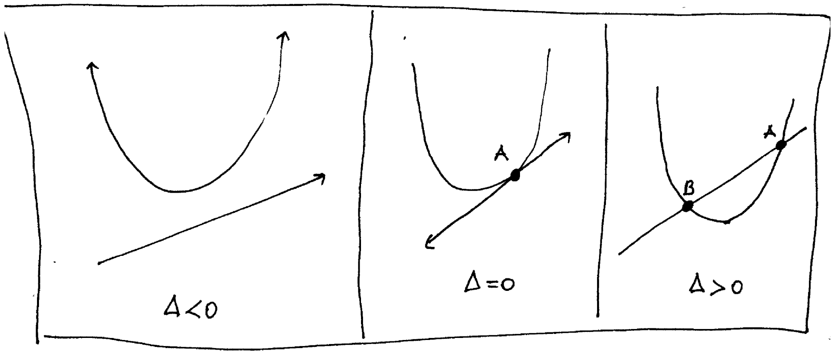
denklemi kullanılır.

(5) Bir parabol ile Bir Doğrunun Birbirine Göre Durumları:

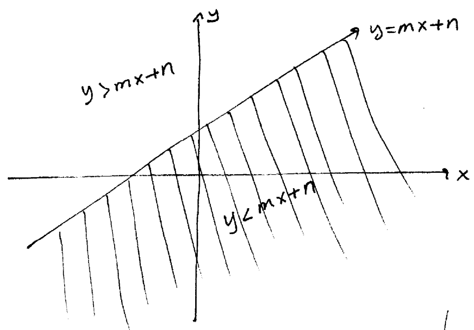
$y=ax^2+bx+c$, $y=mx+n$ $\Rightarrow$ $\underbrace{ax^2+bx+c=mx+n}$

ortak çözüm denklemi: $\boxed{ax^2+(b-m)x+c-n=0}$

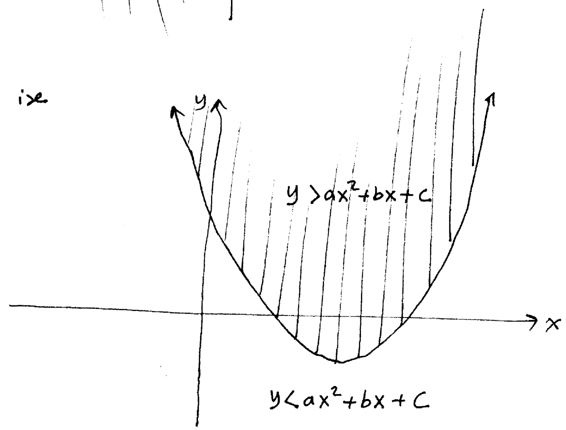
Δ incelenir.



(6)



a>0 ise



a<0 ise